PODURI METALICE

CALCULUL GRINDILOR SCHWEDLER.

Grindile Schwedler sunt constituite de un system nesimetric de zăbrele, de o talpă dreaptă, și de alta dreaptă in partea de mediu loc a grindei și poligonală în părțile sale extreme.

Forma poligonală a talpei este determinată, prin condițiunea ca, tensiunea produsă într'o diagonală ore care, să fie zero, când supraincărcarea este dispusă ast-fel, ca forța tăietóre negativă, produsă de dênsa immediat la stânga piciorului acelei diagonale, să fie *maximum* în valóre absolută, adecă ca, forța tăietóre totale, produsă de supraîncarcare și de greutatea permanentă să fie *minimum*.

PARTEA I.

Supraincărcarea este uniform distribuită. și transmisă direct grindilor

CAPITOLUL I.

Determinarea formei tălpei poligonală.

Dacă însemnăm cu D_0, tensiunea înt'ro diagonală în casul în care, supraîncărcarea este dispusă ast-fel ca, forța tăietóre totale, produsă immediat la stânga piciorului acelei diagona'e, se fiă *minimum*, ecuațiunea care determină forma talpei poligonală, va fi, după cele espuse mai sus,

$$D_0 = 0$$

Vom cauta mai înteiu, relaţiunea ce există între tensiunea unei diagonale D, şi forta tăietóre T, produsă immediat la stânga piciorului seu. In acest scop vom considera în general o grindă cu talpi curbe, în care, părţile curbe, cuprinse între două noduri consecutive, sunt înlocuite cu linii drepte.

Fie E H o diagnolă a sistemului nesimetric de zabrele, ce constitue acéstă grindă. Se ducem prin punctul de întâlnire F, al prelungirilor dreptelor GH şi EI, o dréptă orizontală, care tăia diagonala considerată în M. Se facem prin M, o secţiune prin un un plan vertical PQ, şi se ducem prin F o perpendiculară FK, pe prelungirea diagonalei EH.

Să insemnăm prin T şi M, forta tăietóre şi momentul de flexiune total, produs immediat la stinga punctului M, de forţele exterióre aflate la stinga planului secant PQ·

S, D, I, Forţele elastice (tensiuni sau compressiuni) exercitate în punctele de secţiune Q, M, şi P, de partea talpei poligonală diagonalei şi talpei drepte aflate la stinga planului secant respectiv, asupra părţei tălpei poligonală diagonalei şi talpei drepte, aflate la drepta planului secant. Aceste forte elastice, tind sau a depărta secţiunile de planul secant, sau a le apropia. In casul întêiu le vom numi extensiuni, şi le vom da semnul *plus* în casul al doilea, le vom numi compressiuni, şi le vom da semnul *minus*.

Forţele elastice, esercitate de partea dréptă a grindei, asupra părţei stânge, în punctele de secţiuni P, M şi Q sunt egale şi de semn contrariu cu cele de mai sus: Extensiunile vor fi negative şi compresiunile positive. Aceste forţe elastice, fiind equivalente şi de *semn contrariu,* cu forţele exterióre aflate la stinga planului

secant, urmeaḑia ca, aceste din urmă, sunt equivalente şi de *acelaş semn*, cu forţele clastice esercitate de partea stînga a grindei asupra părţei drepte S, D, I. Prin urmare momentul forţelor exterióre, aflate la stînga planului secant, in raport cu un punct óre care, F de Ess este egal şi de acelaş semn cu suma momentelor forţelor clastice S, D, I in raport cu acelaş punct *).

Suma forţelor exterióre la stînga planului secant este forta tăietóre T; momentul lor în raport cu punctul F va fi dero bT.

Forţele S şi I trecând prin punctul F, momentul lor este zero, ero momentul forţei D este Ds (fig 1).

Avem dero $Ds = bT$ seu $D = \frac{b}{s} T$.

Dupe figura avem $S = c \operatorname{Cos} \alpha$ şi $b = c\text{-}d$: inlocuind aceste valori în ecuatiunea precedentă avem:

$$D = \frac{1}{\cos \alpha}\left(T - T . \frac{d}{c}\right)$$

Enso Td, este momentul forţei tăietóre în raport cu punctul M, prin urmare este momentul de flexiune în punctul M; înlocuind Td prin M avem.

$$D = \frac{d}{\cos \alpha}\left(T - \frac{M}{c}\right)$$

După figura se vede co $h = MP + MQ = c \operatorname{tg} \beta + c \operatorname{tg} \gamma$ observând enso co β, şi γ, sunt aproximativ unghiurile, ce tangentele la curbele talpilore fac în punctele P şi Q cu axa X X_1 vom avea:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{dh_1}{dx} \text{ şi } \operatorname{tg} \gamma = \frac{dh_2}{dx} \text{ şi prin urmare}$$

$$h = c \frac{dh_1}{dx} + c \frac{dh_2}{dx} = c \frac{d[h_1 + h_2]}{dx} = c \frac{dh}{dx}$$

de unde $c = \frac{h\,dx}{dh}$; înlocuind aceasta valóre a lui c în expressiunea lui D avem in definitiv

*) Maurice Lévy Statique graphique 2me édition.

$$D = \frac{1}{\cos\alpha}\left(T - \frac{M}{h}\cdot\frac{dh}{dx}\right) \quad (1)$$

Această formula este aplicabilă la stîngă planului secant. La drépta secțiunei, Forța tăietóre este —T. și după figură se vede co b = c+d, prin urmare în acéstă parte a grindei vom avea.

$$D = \frac{1}{\cos\alpha}\left(-T + \frac{M}{h}\frac{dh}{dx}\right) = -\frac{1}{\cos\alpha}\left(T - \frac{M}{h}\frac{dh}{dx}\right) (2)$$

Expressiunile (1) și (2) se mai pot pune și sub o altă formă, observând co $M = \frac{dT}{dx}$; vom avea înlocuind acésta valóre a lui T în (1)

$$D = \frac{1}{\cos\alpha}\left(\frac{dM}{dx} - \frac{M}{h}\cdot\frac{dh}{dx}\right) = \frac{1}{\cos\alpha}\cdot\frac{h\,dM - M\,dh}{h\,dx}$$

seu in fine

$$D = \frac{h}{\cos\alpha}\cdot\frac{d\left(\frac{M}{h}\right)}{dx} \quad (3)$$

Espresiunea (2) devinc assemene

$$D = -\frac{h}{\cos\alpha}\cdot\frac{d\left(\frac{M}{h}\right)}{dx} \quad (4)$$

Formulele (1) și (2) esprima relațiunea cautată, între tensiunea unei diagonale și forța tăiatore T, atât la stînga cât și la drépta planului secant; ele sunt generale și se aplică la tóte grindile cari au séu ambele talpi curbe, séu numai una. Ele se aplică și la grinḑile Schwedler. la cari punctul M se confundă cu piciorul diagonalei H (fig. 2) și abscisa x, represintă departarea piciorului diagonalei la unul din punctele de reaḑim. Se esprimăm acum valórea lui Do; pentru acésta vom însemna cu :

g greutatea permanentă pe m l. de deschidere; Ag, Tg, Mg; Ap, Tp, Mp, reacțiunea, forța taietore și momentul de flecsiune la stînga piciorul diagonalei, pro-

duse respectiv, de greutatea permanentă; și de suprain carcare.

u lungimea variabilă pe care se intinde supra incărcarea la stînga puntului H fig. (2) l departarea între centrele puntelor de reazim. — Vom avea imediat.

$$Tg = g\frac{l}{2} - gx \text{ (a) } Mg = \frac{g}{2} x (l-x) \text{ (b).}$$

$$Tp = Ap - pu \qquad Mp = Apx - pu\left[x - \frac{u}{2}\right]$$

Luând momentele forțelor exterióre aflate la stînga punctului H, în raport cu punctul B, vom avea.

$$l\,Ap = pu\left(l - \frac{u}{2}\right) \text{și } Ap = pu\left(1 - \frac{u}{2l}\right)$$

Inlocuind acésta valóre a lui Ap în formulele de mai sus avem:

$$Tp = -\frac{pu^2}{2l} \text{ (b) și } Mp = \frac{pu}{2}\left(\frac{l-x}{l}\right) \text{ (b}_1\text{)}$$

Din formula (b) se vede co maximum lui—Tp. în valóre absolută, corespunde pentru maximum lui u, adecă pentru $u = x$.

Valorile tui Tp și Mp, cari, trebuesc adăugate la Tg și M g pentru a obține minimum lui T sunt deró.

$$Tp = -\frac{px^2}{2l} \text{ și } Mp = \frac{px^2}{2} \cdot \frac{l-x}{l};$$

cu aceste valori vom avea minimum T séu:

$$To = g\frac{l}{2} - gx - p\frac{x^2}{2l} \text{ (c)}$$

Valórea lui M corespundĕtóre la minimum T este:

$$Mo = \frac{x(l-x)}{2l}(gl + px) \text{ (c}_1\text{)}$$

Inlocuind T_0 în eguațiunea (1) vom avea:

$$D_0 = \frac{1}{\cos\alpha}\left[g\frac{l}{2} - gx - p\frac{x^2}{2l} - \frac{M_0}{h}\frac{dh}{dx}\right]$$

După equațiunea de condițiune $D_0 = 0$ vom avea:

$$g\frac{l}{2} - gx - \frac{px^2}{2l} - \frac{M_0}{h}\frac{dh}{dx} = 0$$

Pentru a integra această equaţiune diferenţială, vom observa că avem din formula c_1

$$\frac{dM_0}{dx} = \frac{g}{2}(l-2x) + \frac{px}{2l}(2l-3x)$$

Scadiend această formulă din cea precedentă şi dividend cu Mo obtinem:

$$\frac{dM_0}{M_0} - \frac{dh}{h} = -\frac{2\,p\,dx}{gl+,x}$$

Integrând aceasta ecuaţiune şi insemnênd prin C_1 o constantă arbitrară avem.

Log Mo — Log h + Log C = 2 Log (gl + px) seu

$$h = \frac{Mo\,C}{(gl+px)}\cdot$$ şi inlocuind

pe Mo prin valoarea sea,

$$h = \frac{cx\,(l-x)}{2l\,(gl+px}\quad (d)$$

Pentru a determina valoarea constantei arbitrare C vom insemna cu x_0 abscisa correspundĕtoare la înălţimea maximum a grindei h_0, vom avea ast-fel.

$$C.= \frac{2\,l\,ho\,(gl+pxo)}{x_0\,(l-x_0)}\quad (e)$$

Se obţine x_0 resolvând equaţiunea

$$\frac{dh}{dx} = 0$$

Derivând equaţiunea (d) avem:

$$\frac{dh}{dx}\;\frac{C}{2l}\;\frac{(l-2x)(gl+px) - px(l-x)}{(gl+px)^2} = 0\quad (f)$$

$$\text{de unde } xo\,(l-xo) = \frac{l-2\,xo}{p}(gl+p\,xo).\quad (g).$$

$$\text{şi } xo = g\frac{l}{p}\left(\sqrt{1+\frac{p}{g}} - 1\right)\quad (h)$$

Introducênd in expresiunea lui C valoarea lui xo (l—xo) din (g) avem $C = \frac{2\,l\,p\,h_0}{l-2\,xo}$

In care ilocuind pe xo cu valoarea lui din (h) şi înmulţind numeratorul şi numitorul fractiunei resultante cu $\left(\sqrt{1+\frac{p}{g}}+1\right)^2$ obţinem;

$$C = 2\, g\, h_0 \left(\sqrt{1 + \frac{p}{g}} + 1\right)^2$$

și

$$h^* = g \frac{h_0}{l} \left(\sqrt{1 + \frac{p}{g}} + 1\right)^2 \frac{x\,(l - x)}{gl + p\,x} \quad (5)$$

Această ecuație determină curba talpei poligonala a grindei, și se vede că această curbă este o hiperbolă.

Ecuațiunea (5) se poate pune și sub o alta formă, exprimând pe h in funcțiune de inălțimea *f* a grindei, corespundĕtoare la $x = \frac{l}{2}$

Introducând in equațiunea (e) $x = \frac{l}{2}$ obținem

$$C = 4\, f\, (2\, g + p)$$

și

$$h = \frac{4\, f\, x}{l^2}\, (l - x)\, \frac{g + p_g}{g + p\,\frac{x}{l}} \quad (6)$$

Construind curba representata prin (5) sau (6) vom obține linia ABCD, corespundĕtoare la o supra incărcare care inaintează de la stinga spre dreapta; pentru o supra incărcare, care inaintează de la dreapta spre stinga, vom obține o curbă simetrică BD_1CA.

Forma teoretică a talpei superioare este dero

$$ABCD_1D$$

In practica enso se inlocuesce linia frântă DCD_1 cu *linia dreaptă DD_1.*

In grindele Schwedler dero, numai părțile extreme satisfac condițiunea $D_0 = 0$, partea centrală DD_1F_1F este o grindă cu tălpi paralele.

(Va urma)

---

*) Karl Ott Braumechanik.